

10.5. При последовательном подключении к омметру алюминиевого шара и медного куба школьник Вася получает значение сопротивления $R_1 = 63$ Ом. При последовательном подключении медного шара и алюминиевого куба тех же размеров – сопротивление $R_2 = 73,5$ Ом. Какое сопротивление R_3 покажет омметр при параллельном подключении алюминиевого шара и медного куба? Удельное сопротивление алюминия равно $\rho_A = 0,028$ Ом·мм²/м, меди – $\rho_M = 0,0175$ Ом·мм²/м.

Решение.

Пусть x_1 – геометрический фактор электрического сопротивления для шара, x_2 – для куба. Тогда сопротивление при последовательном подключении к омметру алюминиевого шара и медного куба:

$$R_1 = \rho_A x_1 + \rho_M x_2. \quad (1)$$

При последовательном подключении медного шара и алюминиевого куба тех же размеров:

$$R_2 = \rho_M x_1 + \rho_A x_2. \quad (2)$$

Умножим уравнение (1) на ρ_A , уравнение (2) – на ρ_M , и вычтем второе уравнение из первого:

$$\begin{aligned} R_1 \rho_A - R_2 \rho_M &= \rho_A^2 x_1 - \rho_M^2 x_1; \\ x_1 &= \frac{R_1 \rho_A - R_2 \rho_M}{\rho_A^2 - \rho_M^2} \approx 1000 \text{ м/мм}^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогично можно получить

$$x_2 = \frac{R_2 \rho_A - R_1 \rho_M}{\rho_A^2 - \rho_M^2} \approx 2000 \text{ м/мм}^2. \quad (4)$$

При параллельном подключении алюминиевого шара и медного куба сопротивление будет равно:

$$R_3 = \frac{\rho_A x_1 \cdot \rho_M x_2}{\rho_A x_1 + \rho_M x_2} = \frac{28 \text{ Ом} \cdot 35 \text{ Ом}}{63 \text{ Ом}} \approx 15,6 \text{ Ом}. \quad (5)$$

Примечание: подставив выражения (3) и (4) в формулу (5), получим:

$$R_3 = \frac{\rho_A \rho_M (R_1 \rho_A - R_2 \rho_M)(R_2 \rho_A - R_1 \rho_M)}{R_1 (\rho_A^2 - \rho_M^2)^2} \quad (6)$$

Разбалловка

№	Критерий	Баллы
1	Есть идея геометрических факторов для шара и куба (ставим за этот пункт полный балл при наличии уравнений (1) и (2)).	1
2	Записана формула (1) для последовательного подключения к омметру алюминиевого шара и медного куба	1
3	Записана формула (2) для последовательного подключения к омметру алюминиевого куба и медного шара	1
4	Получено выражение (3) для геометрического фактора шара	1
5	Получено числовое значение 1000 м/мм^2 для геометрического фактора шара или сопротивление любого шара. При наличии формулы (6) добавляем этот балл к п. 9.	1
6	Получено выражение (4) для геометрического фактора куба	1
7	Получено числовое значение 2000 м/мм^2 для геометрического фактора куба или сопротивление любого куба. При наличии формулы (6) добавляем этот балл к п. 9.	1
8	Записана формула (5) при параллельном подключении к омметру алюминиевого шара и медного куба	1
9	Найдено числовое значение $R_3 = 15,6 \text{ Ом}$ (наличие формулы (6) необязательно при наличии числовых значений для геометрических факторов). Допустим целочисленный ответ 15 Ом или 16 Ом.	2
	Сумма	10